Der Folgerungscalcul und die Inhaltslogik.

Nachträge zur gleichnamigen Abhandlung S. 168 ff. dieses Bandes.

---

1. Eine gewisse Analogie der BOOLE'schen Formel $AB_1 = 0$, d. h. „die Classe der nicht-B seienden A ist eine leere Classe" mit der negativen Grundform des universellen Urtheils „Es gibt nicht ein nicht-B seiendes A", verleitete mich zu der Annahme, dass ein Calcul, der von der letzteren Form ausgehen wollte, die Bahnen der BOOLE'schen oder einer verwandten Technik einschlagen müsste. Wie man doch mitunter das Nächstliegende übersieht. Ein Blick auf die Formeln I—VIII (S. 180—84) hätte zu der Erkenntniss genügt, dass dieselben insgesammt im Sinne der negativen Grundform zu deuten sind, so dass der ganze SCHRÖDER'sche Calcul auch dieser Form angemessen ist. Die Signatur

$$A \mathrel{\underline{\Subset}} B$$

ist dann eben stets zu lesen als:

„Es gibt nicht ein nicht-B seiendes A",
oder: „Ein A, welches nicht ein B ist, gibt es nicht."

Dasselbe Resultat folgt auch unmittelbar aus den Betrachtungen auf S. 185—86, welche den Beweis liefern, dass überhaupt ein Calcul, welcher für eine Form des universellen Urtheils begründet ist, auf jede beliebige aequivalente Form identisch übertragen, d. h. in ihrem Sinne gedeutet werden kann, salva veritate. Die Einschränkung auf aequivalente affirmative Formen a. a. O. war sachlich nicht begründet und nur durch jenes Vorurtheil bedingt [1]).

Ich bemerke noch ausdrücklich, dass selbst solche Aussageformen als Interpretationen von $A \mathrel{\underline{\Subset}} B$ zulässig sind, die

---

[1]) Demgemäss ist S. 185, Z. 3 des letzten Absatzes das Wort „affirmativ" zu streichen.

(gleichgiltig ob in einheitlichem Ausdruck oder nicht) dem universellen Urtheil in Wahrheit nicht ein Urtheil, sondern einen Urtheilscomplex als Aequivalent zuordnen. Von dieser Art sind z. B. die S. 175 angedeuteten Aequivalenzformen, deren jede ein dem universellen Urtheil aequivalentes Urtheilspaar einschliesst. Wir könnten etwa $A \leftarrow B$ in dem Sinne der Aussage verstehen: „Die Begriffe A und B seiendes A sind aequivalent", d. h. „Sofern Etwas ein A ist, ist es auch ein B seiendes A; und sofern Etwas ein B seiendes A ist, ist es auch ein A" — freilich eine lächerliche, weil völlig nutzlose Verwicklung. Immerhin könnten wir alle Formeln des Calculs im Sinne dieser Form auffassen, wie jeder noch so complicirten, wenn nur aequivalenten. Diese Sachlage macht es besonders einleuchtend, dass der einzig passende Weg zur Einrichtung des Calculs darin besteht, eine der primitivsten und bequemsten Formen zu wählen; für alle anderen ist er dann eo ipso mitbegründet. Und nicht das ist ein Anlass für den Ausschluss complicirter und minder geläufiger Formen, dass sie bloss unvollkommenere Calculn begründen würden — der Calcul ist vielmehr (bei passender Wahl der algorithmischen Begriffe, Zeichen etc.) überall identisch derselbe — sondern dass sie diesen selben Calcul minder bequem zu begründen gestatten.

2. Bei der Einrichtung des Calculs bilden die Symbole 0 und 1, und die von ihnen abhängigen Formeln V und VI die einzige wesentliche Schwierigkeit. Ich möchte nun zuvörderst betonen, dass, selbst wenn unsere diesbezüglichen Versuche missglückt wären und auch weiterhin missglücken würden, der Inhaltscalcul um nichts schlimmer dastände als der Umfangscalcul. Denn genau dieselben Schwierigkeiten, welche die fraglichen Symbole in dem ersteren bieten, bieten sie auch in dem letzteren. Jede richtige Deutung derselben im einen Calcul liefert nothwendig auf dem Wege einer leichten aequivalenten Umformung (Umfänge — Inhalte, bezw. Gegenstände) eine richtige Deutung im anderen. Und ebendasselbe gilt von der Begründung der Formeln V und VI: Wäre sie für den Umfangscalcul wirklich geleistet, so brauchten wir sie auch für den Inhaltscalcul nicht erst zu suchen. — Ich gestehe nun frei, dass wirklich meine eigenen Versuche in Betreff der 0 und 1 manche ernstliche Bedenken zulassen; Bedenken, die mir schon bei der Abfassung der Abhandlung aufstiegen, während ich deren volles Gewicht leider erst empfand, als die Abhandlung aus dem Drucke kam. Zum Glück bin ich in der Lage, neue Begründungen zu liefern, und von einer Art, die jeden Zweifel auszuschliessen scheinen.

Im Calcul der Begriffsgegenstände (bezw. der Merkmalsbedingtheiten) halte ich die Deutungen der Symbole 0 und 1 aufrecht, gebe jedoch neue Begründungen der Formeln V und VI, welche nicht bloss befriedigender sind als die früheren, **sondern auch den wahren Sinn der merkwürdig paradoxen** Formel VI in das richtige Licht setzen.

Vorerst eine Bemerkung den Sinn der Zeichnung

$$A \mathrel{=\!\!\!\in} B$$

betreffend. Sie bedeutet:

„Wenn Etwas ein A ist, so ist es ein B",

d. h. *nicht*: Wenn Etwas mit dem Merkmal A *vorgestellt* wird, so wird es oder muss es mit dem Merkmal B vorgestellt werden; sondern: Wenn Etwas als das Merkmal A besitzend *anerkannt* wird, so muss es auch als das Merkmal B besitzend anerkannt werden; oder, was gleichwerthig ist:

„Wenn Etwas *existirt*, was das Merkmal A besitzt, so besitzt es auch das Mermal B".

Ist dies richtig, so besagt die für jedes A giltige Formel

$$\text{V.} \quad A \mathrel{=\!\!\!\in} B:$$

„Wenn Etwas existirt, was das Merkmal A besitzt, so existirt es";

ein Satz, der unzweifelhaft ist, für jedes A.

Nicht so einfach liegt die Sache für die Formel

$$\text{VI.} \quad 0 \mathrel{=\!\!\!\in} A,$$

welche ebenfalls als für jedes beliebige A giltig begründet werden soll. Sie bedeutet:

„Wenn Etwas existirt, das das Merkmal der Nichtexistenz besitzt, so besitzt es das Merkmal A",

was auch A sei; m. a. W.: so besitzt es alle und jede Merkmale.

Beweis. 1) Wenn Etwas existirt, so ist es entweder ein A oder ein non-A, was auch A bedeute.

Andererseits wenn Etwas *nicht* existirt, so ist es auch nicht ein A, was auch A bedeute. Wir können nun, eben wegen der Willkürlichkeit von A, hiefür non-A setzen. Es folgt demgemäss:

2) Wenn Etwas nicht existirt, so ist es nicht ein non-A.

Machen wir nun die Hypothese, es existire Etwas, was nicht existirt (oder: es existire ein Nichtexistirendes), so wissen wir nach 1), dass es entweder ein A oder ein non-A sein müsse: da es aber als Nichtexistirendes, wie wir eben sub 2) sahen, nicht ein non-A ist, so muss es ein A sein; d. h.

$$0 \Subset A.$$

Man kann den Beweis auch so führen:

Wenn es kein N gibt, so gibt es kein N, das A ist, was immer A bedeuten möge. Ist aber A beliebig, so können wir dafür auch non-A einsetzen, also urtheilen: Es gibt kein N, das non-A ist. Dies letztere Urtheil ist aequivalent mit:

Wenn es ein N gibt, so ist es A.

Also: Wenn es kein N gibt, dann zieht die gleichzeitige Annahme, es gibt ein N, die Consequenz nach sich, dass dasselbe N ein A sein müsste, was auch A bedeute. Oder: Wenn ein Nichtexistirendes existirte, so kämen ihm alle und jede Merkmale zu. —

Wenn wir die Signatur

$$A \Subset B$$

im Sinne der negativen Grundform des universellen Urtheils lesen („Es gibt kein A, das non-B ist"), dann wird der Beweis unserer Formel VI am einfachsten. Sie bedeutet dann: „Es gibt kein Nichtexistirendes, das non-A ist." In der That, wenn es kein N gibt, so gibt es kein N, das A ist, was für Merkmal auch A bedeute, also auch kein N, das non-A ist; womit der Beweis schon geliefert ist.

Die Giltigkeit der Formel VI für jedes A bedingt es, dass für ein beliebiges aber bestimmtes A zugleich die Sätze

$$0 \Subset A \text{ und } 0 \Subset A_1$$

zu Recht bestehen, obgleich sie einander direct zu widerstreiten scheinen. Die Erklärung dieser Paradoxie liegt in der Absurdität der Hypostasirung der Existenz eines Nichtexistirenden, welche gegen die logischen Fundamentalprincipien verstösst. Halten wir an diesen Principien fest und machen gleichwohl jene Hypothese, dann ist es kein Wunder, dass wir auf logisch correctem Wege zu entgegengesetzten Consequenzen gelangen.

Die Formel VI drückt einen richtigen Satz (nicht ein Axiom, wie es S. 182 heisst) über das Verhältniss zweier Absurditäten aus. Absurd ist der Vordersatz, welcher die Voraussetzung der Existenz eines Nichtexistirenden macht; absurd ist auch der Nachsatz, dass dieses selbe jedes Merkmal (also auch contradictorisch entgegengesetzte!) besitzen müsse; aber logisch correct ist die Consequenz, dass, wenn der eine Satz giltig wäre, es auch der andere sein müsste.

3. Ich füge noch hinzu, dass man die Symbole 0 und 1 auch in einer anderen Weise deuten kann, welche Mancher vielleicht vorziehen wird. Am bequemsten wird die Ausdrucksweise, wenn wir die Buchstabenzeichen des Calculs als Zeichen für Merkmale ansehen und dann definiren:

1 bedeute das Merkmal, irgend ein Merkmal zu besitzen,
0 bedeute das Merkmal, kein Merkmal zu besitzen.

Die Formel

$$\text{V.}\quad A \mathrel{=\!\!\!<} 1$$

besagt dann die unmittelbare Wahrheit:

„Wenn Etwas das Merkmal A besitzt, so besitzt es das Merkmal, irgend ein Merkmal zu besitzen“ (i. e. so besitzt es irgend ein Merkmal).

Die Formel

$$\text{VI.}\quad 0 \mathrel{=\!\!\!<} A$$

hingegen den paradoxen Satz:

„Wenn Etwas das Merkmal besitzt, kein Merkmal zu besitzen, so besitzt es das Merkmal A“, d. h. (weil A beliebig ist) alle und jede Merkmale.

Beweis. Wenn Etwas das Merkmal besitzt, kein Merkmal zu besitzen, so besitzt es auch nicht das Merkmal non-A, wo A irgend ein beliebiges Merkmal bedeutet. Aber Alles, was ein Merkmal besitzt, existirt, was existirt ist entweder A oder non-A. Folglich: Wenn Etwas das Merkmal besitzt, kein Merkmal zu besitzen, so besitzt es das Merkmal A, so besitzt es alle und jede Merkmale.

Die Aufklärung der Paradoxie des Satzes VI erfolgt genau so wie bei der vorigen Deutung der Symbole 0 und 1.

Der Ausdruck

$$A \mathrel{=\!\!\!<} 0$$

ist auch jetzt wieder (vgl. S. 183 oben) geeignet, den Satz zu vertreten:

„A existirt nicht“;

denn, was überhaupt keine Merkmale besitzt, das existirt auch nicht. Existirte es, so würde ihm doch von jedem Paar contradictorischer Merkmale A und A_1 je Eines zukommen.

4. Meine Deutungen der Symbole 0 und 1 im Aussagencalcul ziehe ich zurück und ersetze sie durch folgende neue:

1 bedeute das Urtheil „Es gibt ein giltiges Urtheil“,
0 bedeute das Urtheil „Es gibt kein giltiges Urtheil“.

Die Formel

$$\text{V.}\quad A \Leftarrow 1$$

besagt dann:

„Wenn das Urtheil A gilt, so gibt es ein giltiges Urtheil“; was keines Beweises bedürftig ist.

Die Formel

$$\text{VI.}\quad 0 \Leftarrow A \quad \text{(giltig für jedes } A\text{)}$$

enthält wieder einen paradoxen Satz:

> „Wenn das Urtheil gilt, ‚es gibt kein giltiges Urtheil‘, so gilt das Urtheil A“, also da A beliebig ist, jedes beliebige Urtheil.

Beweis. Wenn es kein giltiges Urtheil gäbe, so wäre auch das Urtheil A_1 (das contradictorische Gegentheil von A) ungiltig. Wenn aber A_1 ungiltig wäre, so müsste A giltig sein. Da A jedes beliebige Urtheil bedeuten kann, so führt also die gemachte Hypothese wirklich zu der Consequenz, dass jedes beliebige Urtheil giltig sein müsste. — Auch hier drückt der Satz VI ein richtiges Urtheil über das Verhältniss zweier Absurditäten aus.

Dass in diesem Beweise, wie vorhin in den analogen, mit Absurditäten operirt wird, ist, denke ich, kein Einwand. Ein Gleiches thun wir in jedem indirecten Beweis; die Absurdität einer Hypothese erachten wir als erwiesen durch correcte Herleitung einer absurden Consequenz. Damit ist zugegeben, dass in einem rein hypothetischen Raisonnement auch Absurdes als Hypothese fungiren dürfe. —

Bei Gelegenheit corrigire ich noch einen kleinen Schreibfehler: in der Formel VII^a S. 189 muss natürlich $=$ statt $\Leftarrow$ stehen.

Halle a. S. E. G. Husserl.